O ENSINO DO CÁLCULO PROPOSICIONAL MODAL A PARTIR DA ESTRUTURAÇÃO DE SUAS ETAPAS DE PROVA

C. S. L. Neto[1], P. F. Brito[2]

II Jornada de Iniciação Científica do CEULP

RESUMO: Este artigo apresenta uma proposta para o ensino do cálculo proposicional modal a partir da estruturação de suas etapas de prova, facilitando a percepção dos detalhes relevantes para a resolução de formas válidas. Para isso, foram estruturados alguns conceitos de lógica formal necessários para contextualizar o aluno no ambiente de prova do cálculo modal.
PALAVRAS CHAVE: Lógica Modal, Cálculo Proposicional, Ensino-Aprendizagem.
ARVORE DO CONHECIMENTO: Engenharias, Ciência da Computação, Matemática da Computação.

THE TEACHING OF PROPOSITIONAL MODAL CALCULUS TROUGH PROVE STEPS

SUMMARY: This paper presents a proposal to help the teaching of propositional modal calculus through the creation of prove steps, making easier the perception of relevant details to valid forms' resolution. To achive this, we structured some modal logic concepts which are essential to help the student to understand the modal calculus prove environment.
KEYWORDS: Modal Logic, Propositional Calculus, Teach-learning Process.

INTRODUÇÃO: Este artigo propõe-se a disseminar a necessidade de observação dos conceitos lógicos para o auxílio na estruturação de métodos que possam facilitar o ensino-aprendizagem em disciplinas que tenham como foco básico a lógica formal e suas ramificações. Para isso, trabalhou-se com os conceitos iniciais da lógica modal, mais especificamente o cálculo proposicional modal.
O processo de formalização em lógica converte uma sentença ou argumento em uma forma sentencial ou uma forma de argumento, uma estrutura composta de letras sentenciais e operadores lógicos (NOLT, 1991). Por exemplo: $(P\wedge Q)\vee R$, observemos que na representação desta fórmula usamos 'P', 'Q' e 'R', na qual denominamos de letras sentenciais, temos "$\wedge$" e "$\vee$" os conectivos lógicos e, por fim '(,)' os parênteses. Esses três conjuntos de símbolos constituem o vocabulário do cálculo proposicional. Para o vocabulário do cálculo modal proposicional são acrescidos os operadores modais $\Diamond$e$\Box$, os conceitos de axiomas e teoremas e a definição de instâncias substitutivas. Os axiomas são "verdades gerais", independentes do tema em foco, aplicáveis em quaisquer casos (HEGENBERG, 1995); isto é, qualquer axioma pode ser introduzido numa linha qualquer de uma prova. Segundo NOLT (1991), uma instância substitutiva de uma fórmula bem formada ou uma forma de argumento é o resultado de se substituir algumas, ou mesmo nenhuma, de suas letras sentenciais por fórmulas bem formadas, sendo que cada ocorrência de uma mesma letra sentencial é substituída pela mesma fórmula bem formada. Teoremas são fórmulas bem formadas que são prováveis utilizando suposições hipotéticas, sendo assim, são instâncias logicamente necessárias.
A lógica modal de base proposicional possui um esquema de axiomas que são apresentados a seguir:

AS1 - $\Diamond P \leftrightarrow \sim \Box \sim P$
AS2 - $\Box (P \rightarrow Q) \rightarrow (\Box P \rightarrow \Box Q)$
AS3 - $\Box P \rightarrow P$
AS4 - $\Diamond P \rightarrow \Diamond\Box P$

Através de instâncias substitutivas esses axiomas representam outros axiomas, conforme figura 1.

[1] Aluno do curso de Ciência da Computação, UNITINS. E-mail: clodomir@unitins.
[2] ProfessoraOrientadora, LInC (Lab. de Inteligência Computacional), Curso de Sistemas de Informação, Centro Universitário Luterano de Palmas, pós-graduanda em Ciência da Computação (Mestrado) UFSC. E-mail: pfb@ulbra-to.br

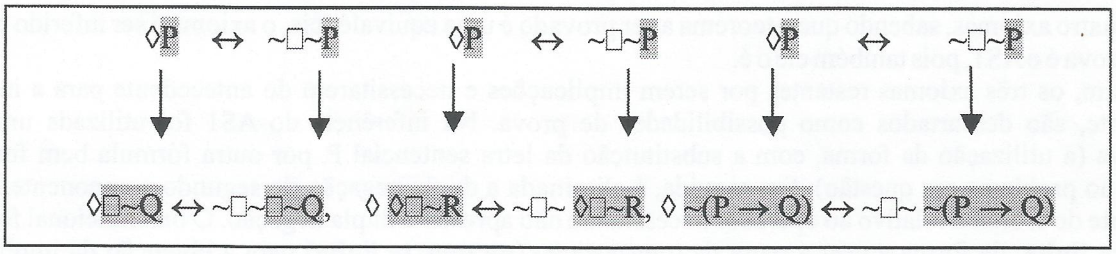


Figura 1 - Instâncias substitutivas do axioma AS1

Juntamente com os axiomas supramencionados, se tem uma regra de inferência para a resolução do cálculo modal proposicional, definida abaixo:

Necessitação (N) Se foi provado como teorema, então podemos inferir .

Esta regra poderá ser inferida depois de uma derivação hipotética, isto é, quando é descartada uma hipótese. Através de uma fórmula bem formada tautológica é possível a inferência da regra necessitação. Ou seja, se temos um teorema, ele pode ser aceito como verdadeiro sem qualquer premissa para sustentá-lo, então podemos a partir disso inferir que este teorema pode ser uma proposição necessária.

MATERIAL E MÉTODOS: Para o desenvolvimento deste trabalho foi realizado um acompanhamento semanal dos alunos do 1º período que estavam cursando a disciplina de Lógica de Predicados, no Centro Universitário Luterano de Palmas, nos semestres de 2001/1 e 2001/2. A partir disso, foi possível observar as dificuldades encontradas pela maioria dos alunos ao estudar lógica formal, bem como verificar os possíveis melhores caminhos para a explicação dos conteúdos. Foi realizada, também, pesquisa bibliográfica através da qual pôde-se construir a base teórica necessária para a sustentação deste trabalho.

RESULTADOS E DISCUSSÃO: Segundo Piaget (1976), a lógica é o produto de uma reflexão e de uma formalização retrospectivas e não constitui um código já formulado antes de suas aplicações. Começa-se sempre por raciocinar sobre o real e somente depois é que se pode perguntar (uma vez organizadas as operações intelectuais e uma vez suas estruturas de conjunto suficientemente elaboradas) como se raciocina. No entanto, a experiência demonstra que a formalização dos conceitos que se entende a partir de uma experiência real não aparece de forma natural ao aluno, quando da formalização.

A partir de uma experiência conjunta entre professores e monitores da disciplina de lógica formal, identificaram-se alguns "gargalos" no processo de ensino-aprendizagem. O principal fator é a dificuldade da percepção de novos conceitos, tendo em vista a formal linguagem dos livros dessa área. Sendo assim, foi possível estruturar a interface de um sistema que se propõe a identificar os pontos de prova de fórmulas proposicionais.

Para entender os níveis de prova do cálculo modal proposicional, são necessários um entendimento prévio dos conceitos de axioma, teorema e regras de inferência. Dessa forma, para esse estágio, a prioridade básica da interface é fornecer um esquema de explicações para as linhas de prova do cálculo.

Tendo como exemplo o teorema + P ~~P, provado na figura 2, verificaremos como se procede as linhas de prova para o entendimento mais natural de sua trajetória rumo à conclusão.

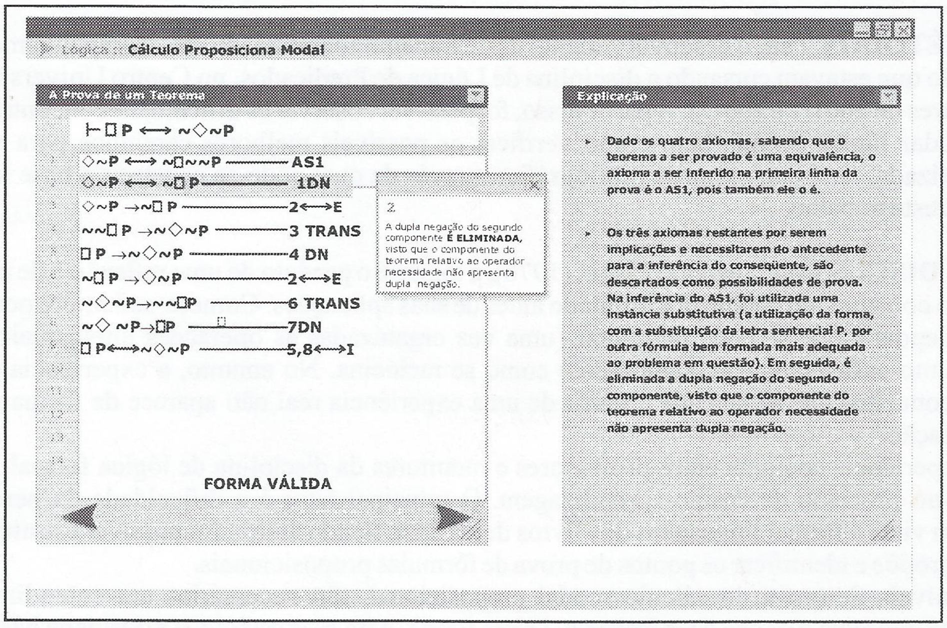
1 $\Diamond\sim P \leftrightarrow \sim\Box\sim\sim P$	AS1
2 $\Diamond\sim P \leftrightarrow \sim\Box P$	1 DN
3 $\Diamond\sim P \rightarrow \sim\Box P$	2 $\leftrightarrow$E
4 $\sim\sim\Box P \rightarrow \sim\Diamond\sim P$	3 TRANS
5 $\Box P \rightarrow \sim\Diamond\sim P$	4 DN
6 $\sim\Box P \rightarrow \Diamond\sim P$	2 $\leftrightarrow$E
7 $\sim\Diamond\sim P \rightarrow \sim\sim\Box P$	6 TRANS
8 $\sim\Diamond\sim P \rightarrow \Box P$	7 DN
9 $\Box P \leftrightarrow \sim\Diamond\sim P$	5,8 $\leftrightarrow$I

Figura 2 - Etapas de prova do teorema? $\Box P \leftrightarrow \sim \Diamond\sim P$

Dado os quatro axiomas, sabendo que o teorema a ser provado é uma equivalência, o axioma a ser inferido na **primeira linha** da prova é o AS1, pois também ele o é.

Sendo assim, os três axiomas restantes por serem implicações e necessitarem do antecedente para a inferência do conseqüente, são descartados como possibilidades de prova. Na inferência do AS1 foi utilizada uma instância substitutiva (a utilização da forma, com a substituição da letra sentencial P, por outra fórmula bem formada mais adequada ao problema em questão). Em seguida, é eliminada a dupla negação do segundo componente, visto que o componente do teorema relativo ao operador necessidade não apresenta dupla negação. O bicondicional foi eliminado na **terceira linha**, de forma a usar a regra da transposição (**na quarta linha**) para a obtenção da implicação a ser provada. O raciocínio para a formação do próximo condicional é idem ao anterior (conforme pode ser visualizado **nas linhas de 5 8 da figura 2**). Com as duas implicações provadas, na última linha da prova será introduzida a equivalência desejada.

A partir desse estudo sistemático das etapas de provas de várias fórmulas proposicionais modais, foi possível estabelecer uma linguagem mais usual, ainda que respeitando os formalismos lógicos, para melhorar a aprendizagem do aluno e propiciar-lhe uma visão mais ampla dos diversos ramos da lógica. Conforme pode ser visto na figura 3, a interface do sistema para explicação do cálculo proposicional modal é simples e clara à medida que as explicações das etapas de prova são dissecadas e exteriorizadas.



CONCLUSÕES: Este artigo apresentou o estudo do cálculo proposicional modal, exemplificando uma proposta de metodologia para a explicação de suas etapas de prova. Assim, foi possível visualizar a construção de uma linguagem mais simples para servir como base da interface de um sistema que objetive o ensino de tal conteúdo.

Como metas futuras de pesquisa, podemos citar uma proposta de implementação de um mecanismo de inferência capaz de gerar as etapas de provas de uma fórmula bem formada inferida pelo usuário. Com o conhecimento das etapas de provas, a produção das heurísticas necessárias para a implementação de um sistema que gere em tempo real o caminho e as explicações dos passos da resolução do cálculo proposicional modal para o usuário, torna-se um desafio menos complexo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

NOLT, John; Rohatyn, Dennis. **Lógica**. São Paulo: McGraw-Hill, 1991.
HEGENBERG, Leônidas. **Dicionário de Lógica**. São Paulo: EPU, 1995.
PIAGET, Jean; **Ensaio de Lógica Operatória**. Editora Globo e Editora da Universidade de São Paulo, 1976.